

Санкт-Петербургский государственный университет

Фундаментальная математика и механика

Механика деформируемого твердого тела

Саитова Регина Ринатовна



Кинетика накопления повреждений и деформаций в условиях  
высокотемпературной ползучести

Дипломная работа

Научный руководитель:

д. ф.-м. н., профессор Арутюнян Р. А.

Рецензент:

д.т.н., профессор Мельников Б. Е.

Санкт-Петербург

2016

SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Fundamental Mechanics and Mathematics

Mechanics of solid deformable body

Saitova Regina



THE PROBLEM OF DAMAGE AND HIGH-TEMPERATURE CREEP  
FRACTURE OF METALS

Graduation Thesis

Scientific supervisor:

professor Robert A. Arutyunyan

Reviewer:

professor Melnikov B. E.

Saint-Petersburg

2016

## **Оглавление**

<b>Введение</b>	<b>4</b>
<b>1. Обзор литературы.</b>	<b>5</b>
1.1. Введение	5
1.2. Теория поврежденности Работнова	6
1.3. Концепция сплошности Качанова	7
Выводы	9
<b>2. Кинетическое уравнение для параметра поврежденности и деформации ползучести</b>	<b>10</b>
2.1. Случай чисто хрупкого разрушения (приближенное решение)	10
2.2. Точное решение	14
2.3. Сравнение полученных решений с экспериментальными результатами	16
2.4. Теоретические кривые ползучести и критерий длительной прочности	20
<b>Заключение</b>	<b>22</b>
<b>Литература</b>	<b>23</b>

## **Введение.**

Проблема высокотемпературной ползучести и длительной прочности металлов актуальна в таких ответственных областях современного машиностроения, как тепловые и атомные энергетические установки, авиационные и космические аппараты и др. В связи с этим данная проблема интенсивно исследуется и по сей день, в частности, имеются многочисленные экспериментальные исследования по изменению пористости и плотности различных металлов и сплавов вследствие образования и развития микропор и микротрещин в условиях высокотемпературной ползучести. Результаты этих исследований позволяют рассматривать плотность в качестве интегральной меры накопления структурных микродефектов, а параметр поврежденности задается как отношение текущей величины плотности к начальной. С учетом этого параметра и закона сохранения массы Р.А. Арутюняном сформулированы взаимосвязанные кинетические уравнения для деформации ползучести и параметра поврежденности. В работе на основе этих уравнений рассмотрен случай чисто хрупкого разрушения. Получены аналитические решения этих уравнений и сформулирован критерий длительной прочности. Показано, что критерий Качанова-Работнова является частным случаем полученного критерия. При этом время до разрушения может быть на порядок больше по сравнению со временем до разрушения по модели Качанова-Работнова. Рассмотрен случай вязко-хрупкого разрушения. Получено аналитическое решение, связывающее параметр поврежденности с величиной деформации. В этом случае деформация ползучести вычисляется приближенно. Соответствующий выбор коэффициентов приближенного решения позволяет описать экспериментальные кривые ползучести.

## 1. Обзор литературы.

### 1.1. Введение.

При длительном воздействии высоких температур и относительно небольших напряжений многие металлические сплавы и чистые металлы теряют пластичность и ломаются хрупко. Поскольку это наблюдается в элементах многих важных инженерных объектов, проблема хрупких разрушений стала предметом многочисленных теоретических и экспериментальных исследований. В модели Качанова [1] поврежденность описывается некоторым скаляром  $1 \geq \psi \geq 0$ . В начальном состоянии, при отсутствии поврежденности  $\psi = 1$ , с течением времени функция  $\psi$  убывает. Функцию  $\psi$  можно интерпретировать как «сплошность». В модели Качанова этот параметр вводится формально и в него не вкладывается определенный физический смысл. В модели хрупкого разрушения Работнова [2, 3, 18] вводится функция  $\omega \geq 0$  ( $\omega = 0$  в начальном состоянии и  $\omega = 1$  в момент разрушения). Функцию  $\omega$  естественно называть поврежденностью. Считается, что  $\psi = 1 - \omega$ . Параметр  $\omega$  вводится отношением  $\omega = F_T/F_0$  и характеризует степень уменьшения площади поперечного сечения ( $F_T$  – площадь трещин, располагающихся к моменту времени  $t$  в поперечном сечении стержня,  $F_0$  – начальная площадь).

Реальные материалы имеют случайную структуру, поэтому параметр сплошности является статистическим показателем, который может быть задан с помощью некоторого кинетического уравнения. В общем виде эти уравнения базируются на двух гипотезах [15, 16]. Согласно первой гипотезе хрупкое разрушение протекает со скоростью, зависящей только от напряжения. Согласно второй гипотезе, и в соответствии с представлениями статистической физики, скорость хрупкого разрушения зависит от напряжения и величины накопленной поврежденности.

Для того, чтобы материализовать параметр поврежденности, были предложены различные характеристики: относительный размер пор, необратимые изменения объема (разрыхление по терминологии Новожилова [4]) или изменение плотности (Р.А. Арутюнян [5, 6, 7, 19]). В работе параметр сплошности определяется как  $\psi = \rho/\rho_0$  ( $\rho_0$  – начальная,  $\rho$  – текущая плотность) и является неотъемлемой мерой структурного накопления микродефектов при длительном воздействии нагрузки и высоких температур [8-14, 17]. В начальный момент  $t = 0$ ,  $\rho = \rho_0$ ,  $\psi = 1$ , в момент разрушения  $t = t_f$ ,  $\rho = 0$ ,  $\psi = 0$ .

## 1.2. Теория поврежденности Работнова.

Концепция поврежденности Работнова основана на следующей системе уравнений для деформации ползучести  $\varepsilon$  и параметра поврежденности  $\omega$  [18]:

$$\dot{\varepsilon} = b\sigma^m(1 - \omega)^{-q}, \quad (1)$$

$$\dot{\omega} = c\sigma^n(1 - \omega)^{-r}, \quad (2)$$

где  $b, c, m, n, q, r$  – постоянные,  $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$  – деформация,  $l_0, l$  – начальная и текущая длина образца. В случае чистого хрупкого разрушения и малых деформаций считается, что  $F \approx F_0$ ,  $\sigma = \sigma_0 = Const$ .

Решая систему уравнений (1) и (2), при начальном условии  $t = 0, \varepsilon = 0$  получим следующую формулу для деформации ползучести

$$\varepsilon = \frac{k}{m} \frac{t_p^x}{t_p^\varepsilon} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{t}{t_p^x} \right)^{1/k} \right], \quad (3)$$

где  $k = \frac{r+1}{r+1-q}$ ,  $t_p^x = \frac{1}{c(1+r)\sigma_0^n}$ ,  $t_p^\varepsilon = \frac{1}{bm\sigma_0^m}$ .

Соотношение (3) можно рассматривать в качестве основного результата теории Работнова, так как с его помощью можно описать третий участок

кривой ползучести, который в области хрупких разрушений полностью определяется поврежденностью материала. Величина деформации при разрыве равна  $\varepsilon_* = \frac{k}{m} \frac{t_p^x}{t_p^e} = \frac{k}{1+r} \frac{b}{c} \sigma_0^{m-n}$ . В случае  $m = n$  предельная деформация постоянна и не зависит от начального напряжения, что противоречит результатам опытов. Другое замечание заключается в том, что система уравнений (1)-(2) решается при предположении  $F \approx F_0$ , из которого следует  $\omega = 0$ , то есть концепция поврежденности теряет свое значение. Кроме того, при формулировке критерия вязко-хрупкого разрушения принимается условие несжимаемости, которое также противоречит концепции поврежденности.

### 1.3. Концепция сплошности Качанова.

Для описания вязко-хрупких разрушений Качанов рассмотрел следующую систему уравнений [1]:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{l} \frac{dl}{dt} = B \sigma_0^m \left( \frac{F_0}{F} \right)^m, \quad (4)$$

$$\dot{\omega} = A \left( \frac{\sigma}{1-\omega} \right)^n = A \left( \frac{\sigma_0}{1-\omega} \right)^n \left( \frac{F_0}{F} \right)^n, \quad (5)$$

где  $\sigma = \frac{P}{F}$ ,  $\sigma_0 = \frac{P}{F_0}$ ,  $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$ ,  $l_0, F_0$  – начальная,  $l, F$  – текущая длина и площадь поперечного сечения стержня,  $m, n, A$  – постоянные.

Из уравнения (4) следует случай чисто вязкого разрушения по Хоффу с учетом условия несжимаемости  $l_0 F_0 = l F$ , которое является следствием закона сохранения массы  $l_0 F_0 \rho_0 = l F \rho$  при предположении  $\rho = \rho_0$  ( $\rho_0$  – начальная,  $\rho$  – текущая плотность стержня). Используя условие несжимаемости в (4) и решая это уравнение при начальном условии  $t = 0, l = l_0$ , получим

$$t = \frac{1}{m B \sigma_0^m} \left[ 1 - \left( \frac{l}{l_0} \right)^{-m} \right]. \quad (6)$$

При условии  $l \rightarrow \infty$  из (6) следует критерий вязкого разрушения Хоффа

$$t_p^g = \frac{1}{mB\sigma_0^m}. \quad (7)$$

В случае чисто хрупкого разрушения можно считать приближенно  $F \approx F_0$ . Интегрируя кинетическое уравнение (5) при начальном условии  $t = 0, \omega = 0$ , получаем время хрупкого разрушения по Качанову, для которого выполняется условие  $\omega = 1$ :

$$t_p^x = \frac{1}{(n+1)A\sigma_0^n}. \quad (8)$$

Для получения общего критерия вязко-хрупкого разрушения используется довольно искусственный прием сопряжения этих двух решений. В кинетическое уравнение поврежденности (5) вносится выражение для площади поперечного сечения стержня в чисто вязком случае  $F/F_0 = (1 - t/t_p^g)^{1/m}$ . С учетом этой формулы критерий вязко-хрупкого разрушения следует из уравнения (5) при условии  $\omega = 1$ :

$$t_p = t_p^g \left[ 1 - \left( 1 - \frac{m-n}{m} \frac{t_p^x}{t_p^g} \right)^{m/(m-n)} \right], \quad m \neq n. \quad (9)$$

При выводе этой формулы принимаются противоречивые предположения: считается, что текущая площадь поперечного сечения стержня на всем интервале вязко-хрупкого разрушения определяется из чисто вязкого решения; критерий вязко-хрупкого разрушения (9) выводится с использованием условия  $\omega = 1$ , которое по первоначальному определению является условием хрупкого разрушения. Следовательно, критерий (9) можно рассматривать как некоторую формальную аппроксимацию реальных процессов разрушения при ползучести.



## **Выводы.**

Концепция рассеянной поврежденности и разрушения Качанова-Работнова получила всемирное признание. Однако формальное введение параметра поврежденности не может решить проблему дальнего прогнозирования. Поэтому предложены различные варианты материализации этого параметра непосредственно в физических измерениях. Наиболее распространенными считаются опыты, в которых изучается число, размер и распределение пор в процессе ползучести. В качестве параметра поврежденности рассматривается относительная величина пор – число пор, отнесенное к площади поперечного сечения образца, или отношение суммарной длины поперечных границ, занятых порами и микротрещинами, к длине всех поперечных границ между зернами. Однако плотность считают наиболее представительной характеристикой пористости и поврежденности, и в опытах на ползучесть изучаются кривые изменения плотности [14].

## 2. Кинетическое уравнение для параметра поврежденности и деформации ползучести.

Рассмотрим систему уравнений Р.А. Арутюняна [6, 7] для скорости ползучести и повреждений, которая основана на параметре поврежденности  $\psi = \rho/\rho_0$  :

$$\psi^\beta \frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma^m, \quad (10)$$

$$\psi^\alpha \frac{d\psi}{dt} = -A\sigma^n, \quad (11)$$

где  $B, A, \alpha, \beta$  – постоянные. Принимая во внимание закон сохранения массы  $\rho_0 l_0 F_0 = \rho l F$ , из которого следует соотношение  $\sigma = \sigma_0 \psi e^\varepsilon$ , эти уравнения можно записать в виде (Р.А. Арутюнян):

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma_0^m \psi^{m-\beta} e^{m\varepsilon}, \quad (12)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha} e^{n\varepsilon}. \quad (13)$$

### 2.1. Случай чисто хрупкого разрушения (приближенное решение).

Систему уравнений (12)-(13) можно решить приближенно, например, для случая чисто хрупкого разрушения и малых деформаций, когда можно принять следующие приближения  $e^{m\varepsilon} \approx 1$ ,  $e^{n\varepsilon} \approx 1$ . Из (13) следует:

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha},$$

$$\psi^{\alpha-n} d\psi = -A\sigma_0^n dt,$$

$$\frac{\psi^{\alpha-n+1}}{\alpha-n+1} = -A\sigma_0^n t + c,$$

$$\psi^{\alpha-n+1} = -A\sigma_0^n t(\alpha-n+1) + c(\alpha-n+1).$$

При начальных условиях  $t = 0, \psi = 1$ , получаем  $c = \frac{1}{(\alpha-n+1)}$ , следовательно

$$\psi = [1 - (\alpha - n + 1)A\sigma_0^n t]^{\frac{1}{\alpha-n+1}}. \quad (14)$$

Из (12) следует:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma_0^m \psi^{m-\beta},$$

$$d\varepsilon = B\sigma_0^m (-A\sigma_0^n t(\alpha - n + 1) + 1)^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}} dt,$$

Переобозначим для простоты решения  $u = -A\sigma_0^n t(\alpha - n + 1) + 1$ ,

$$\frac{du}{dt} = -A\sigma_0^n(\alpha - n + 1),$$

$$dt = -\frac{du}{A\sigma_0^n(\alpha - n + 1)},$$

$$d\varepsilon = B\sigma_0^m u^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}} \frac{du}{-A\sigma_0^n(\alpha - n + 1)},$$

$$d\varepsilon = \frac{-B\sigma_0^m}{A\sigma_0^n(\alpha - n + 1)} u^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}} du,$$

Т.к.  $\frac{-B\sigma_0^m}{A\sigma_0^n(\alpha-n+1)} = \text{const}$ , тогда

$$\varepsilon = \frac{-B\sigma_0^{m-n}}{A} \frac{u^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}+1}}{(m-\beta+\alpha-n+1)} + C,$$

При начальных условиях  $t = 0, \varepsilon = 0$ , получаем  $C = \frac{B\sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta+\alpha-n+1)}$ ,

следовательно

$$\varepsilon = \frac{B\sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta+\alpha-n+1)} \left[ 1 - u^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}+1} \right],$$

$$\varepsilon = \frac{B\sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta+\alpha-n+1)} \left\{ 1 - [1 - (\alpha - n + 1)A\sigma_0^n t]^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}+1} \right\}, \quad (15)$$

В этом случае, принимая во внимание начальные условия  $t = 0, \psi = 1, \varepsilon = 0$ , мы можем получить следующие аналитические решения:

$$\psi = [1 - (\alpha - n + 1)A\sigma_0^n t]^{\frac{1}{\alpha-n+1}}, \quad (14)$$

$$\varepsilon = \frac{B\sigma_0^{m-n}}{Ay} \left\{ 1 - [1 - (\alpha - n + 1)A\sigma_0^n t]^{\frac{\gamma}{\alpha-n+1}} \right\}, \quad (15)$$

где  $\gamma = m - \beta + \alpha - n + 1$ .

На рис. 1 показаны кривые по формуле (14) для различных значений параметра  $\alpha$  ( $\alpha = 6$  – кривая 1,  $\alpha = 4$  – кривая 2 и  $\alpha = 2$  – кривая 3).

В расчетах использовались следующие значения коэффициентов:

$$A = 1 \cdot 10^{-9} [MPa]^{-2}, \sigma_0 = 100 MPa, n = 2.$$

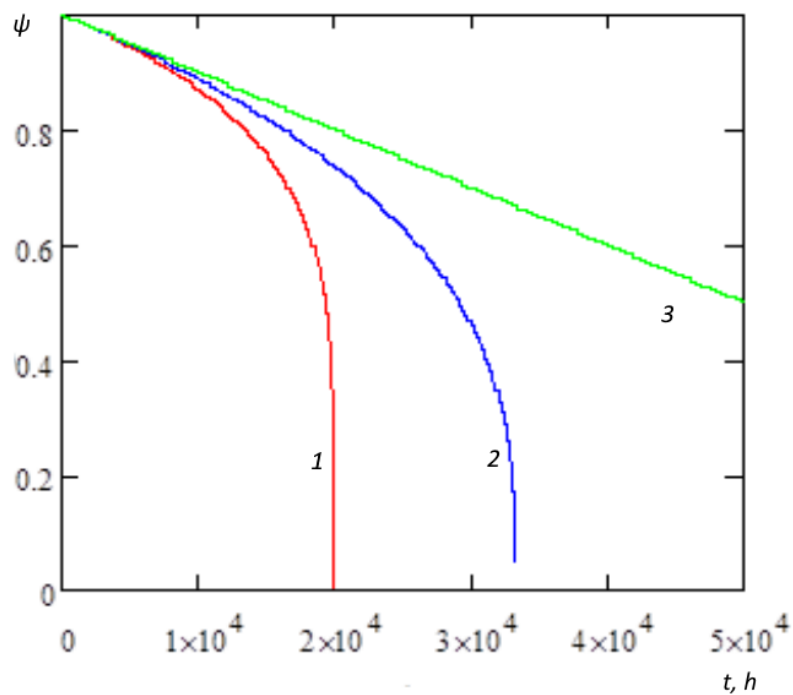


Рис.1: Кривые  $\psi(t)$  согласно (14) для различных значений параметра  $\alpha$ :  $\alpha = 6$  – кривая 1,  $\alpha = 4$  – кривая 2 и  $\alpha = 2$  – кривая 3.

Из уравнений (12)-(13) может быть получено приближенное решение для функции  $\psi(\varepsilon)$ , когда  $e^{m\varepsilon} \approx 1$ ,  $e^{n\varepsilon} \approx 1$ . Разделив (13) на (12), получим следующее уравнение:

$$\frac{d\psi}{d\varepsilon} = -\frac{A}{B}\sigma_0^{n-m}\psi^{n-m-\alpha+\beta}, \quad (16)$$

$$\frac{d\psi}{\psi^{n-m-\alpha+\beta}} = -\frac{A}{B}\sigma_0^{n-m}d\varepsilon,$$

$$\frac{\psi^{-n+m+\alpha-\beta+1}}{-n+m+\alpha-\beta+1} = -\frac{A}{B}\sigma_0^{n-m}\varepsilon + c,$$

При начальных условиях  $t = 0, \psi = 1, \varepsilon = 0$ , получаем  $c = \frac{1}{-n+m+\alpha-\beta+1}$ ,

следовательно

$$\psi = \left[ -\frac{A}{B}(-n+m+\alpha-\beta+1)\sigma_0^{n-m}\varepsilon + 1 \right]^{\frac{1}{-n+m+\alpha-\beta+1}}. \quad (17)$$

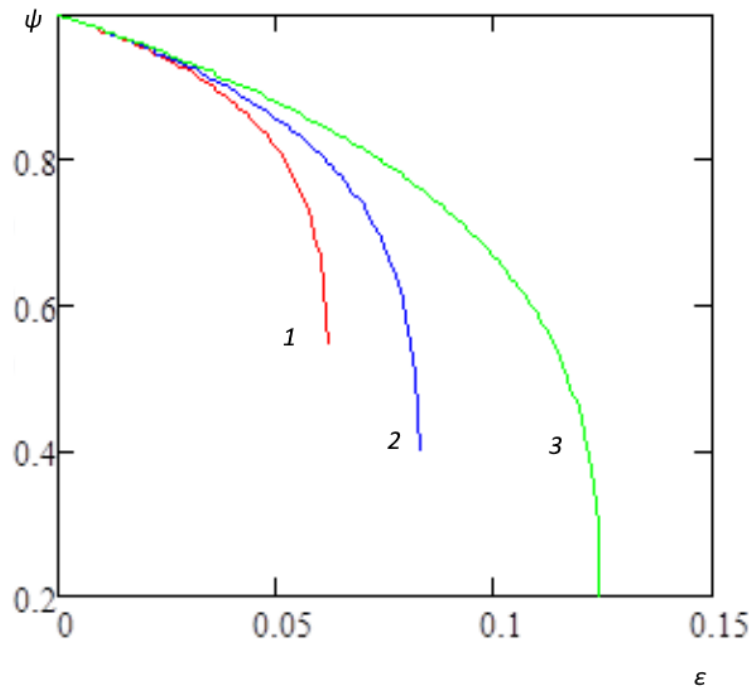


Рис.2: кривые  $\psi(\varepsilon)$  в зависимости (17) для различных значений параметра  $\alpha$ :  
 $\alpha = 6$  – кривая 1,  $\alpha = 4$  – кривая 2 и  $\alpha = 2$  – кривая 3.

На рис.2 показаны кривые  $\psi(\varepsilon)$  в зависимости (17) для различных значений параметра  $\alpha$  ( $\alpha = 6$  – кривая 1,  $\alpha = 4$  – кривая 2 и  $\alpha = 2$  – кривая 3). В расчетах использовались следующие значения коэффициентов:  $A = 1 \cdot 10^{-12} [MPa]^{-2}$ ,  $B = 5 \cdot 10^{-17} [MPa]^{-4}$ ,  $\sigma_0 = 100 MPa$ ,  $n = 2$ ,  $m = 4$ ,  $\beta = 1$ .

## 2.2. Точное решение.

Из уравнений (12)-(13) может быть получено точное решение для функции  $\psi(\varepsilon)$ . Разделив (13) на (12), получим следующее уравнение:

$$\frac{d\psi}{d\varepsilon} = -\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} \psi^{n-\alpha-m+\beta} e^{(n-m)\varepsilon}. \quad (18)$$

Т.к.  $-\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} = const$ ,

$$\frac{1}{\psi^{n-\alpha-m+\beta}} d\psi = -\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} e^{(n-m)\varepsilon} d\varepsilon,$$

$$\frac{\psi^{-n+\alpha+m-\beta+1}}{-n+\alpha+m-\beta+1} = -\frac{A\sigma_0^{n-m}}{B(n-m)} e^{(n-m)\varepsilon} + c1,$$

При начальных условиях  $t = 0, \psi = 1, \varepsilon = 0$ , получаем  $c1 = \frac{1}{-n+\alpha+m-\beta+1} + \frac{A\sigma_0^{n-m}}{B(n-m)}$ , следовательно

$$\frac{\psi^{-n+\alpha+m-\beta+1} - 1}{-n+\alpha+m-\beta+1} = \frac{A\sigma_0^{n-m}}{B(n-m)} (1 - e^{(n-m)\varepsilon}),$$

$$\psi^{-n+\alpha+m-\beta+1} = 1 + \frac{A\sigma_0^{n-m}(-n+\alpha+m-\beta+1)}{B(n-m)} (1 - e^{(n-m)\varepsilon}) + 1,$$

Используя начальное условие  $\psi = 1, \varepsilon = 0$  и решение (18), мы получаем:

$$\psi = \left[ 1 + \frac{A\sigma_0^{n-m}(1-n+\alpha+m-\beta)}{B(n-m)} (1 - e^{(n-m)\varepsilon}) \right]^{\frac{1}{1-n+\alpha+m-\beta}}. \quad (19)$$

На рис.3 показаны кривые  $\psi(\varepsilon)$  в зависимости (19) для различных значений параметра  $\alpha$  ( $\alpha = 6$  – кривая 1,  $\alpha = 4$  – кривая 2 и  $\alpha = 2$  – кривая 3.) В расчетах использовались следующие значения коэффициентов:  $A = 1 \cdot 10^{-12} [MPa]^{-2}$ ,  $B = 5 \cdot 10^{-17} [MPa]^{-4}$ ,  $\sigma_0 = 100 MPa$ ,  $n = 2$ ,  $m = 4$ ,  $\beta = 1$ .

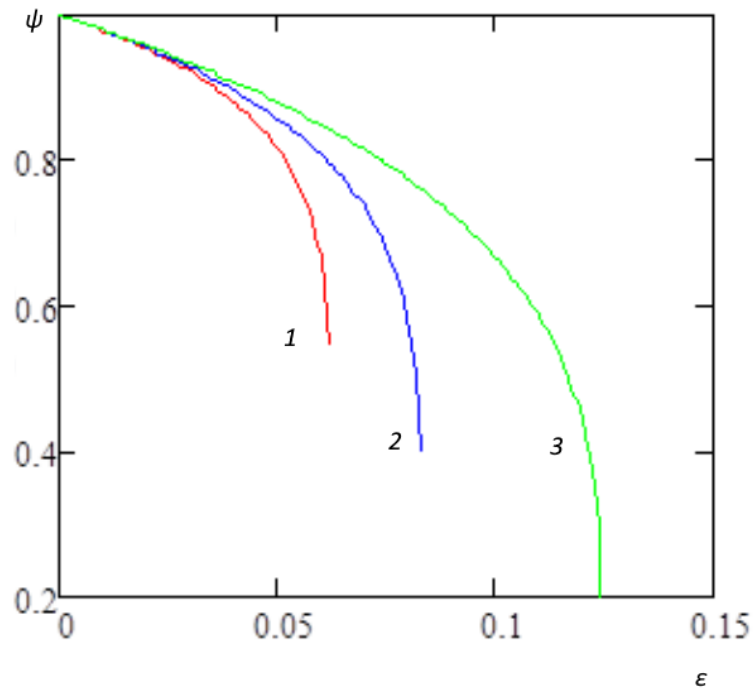


Рис.3: кривые  $\psi(\varepsilon)$  в зависимости (19) для различных значений параметра  $\alpha$ :

$\alpha = 6$  – кривая 1,  $\alpha = 4$  – кривая 2 и  $\alpha = 2$  – кривая 3.

Точное и приближенное решения системы (12)-(13) показаны на рис. 4.

Как видно из рис.1 и 3, характер изменения кривых поврежденности по формулам (14) и (17) является идентичным.

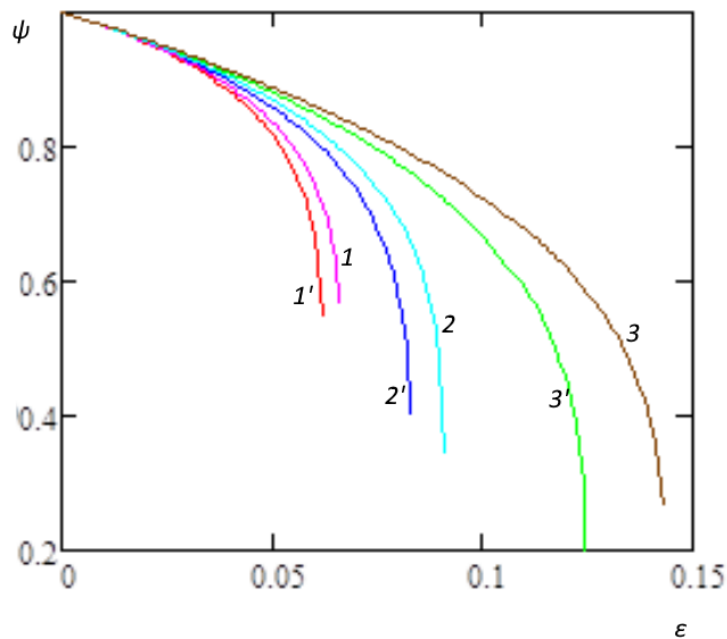


Рис.4 кривые  $\psi(\varepsilon)$ : приближенное  $1', 2', 3'$  (17) и точное  $1, 2, 3$  (19) решения для различных значений параметра  $\alpha$ :  $\alpha = 6$  – кривая  $1, 1'$ ,  $\alpha = 4$  – кривая  $2, 2'$  и  $\alpha = 2$  – кривая  $3, 3'$ .

### 2.3. Сравнение полученных решений с экспериментальными результатами.

В научной литературе содержится множество экспериментальных данных об изменении пористости (повреждения) [8-14, 17] для различных металлов и сплавов в условиях ползучести. Для сравнения с соответствующими теоретическими кривыми мы выбрали наиболее характерные экспериментальные данные для чистой меди, алюминия, никеля и сплава Magnox Al80. На рис.5-9 показаны теоретические кривые изменения плотности согласно (14), (19) при  $\alpha = 6$  и экспериментальные точки изменения плотности и пористости для указанных выше металлов и сплавов в процессе высокотемпературной ползучести при различных температурах. Из этих рисунков следует, что экспериментальные точки хорошо описываются прямой линией и имеют общий характер для испытанных при различных



температурах и силовых нагрузках металлов. Эти результаты позволяют рассматривать параметр поврежденности  $\psi = \rho/\rho_0$  в качестве универсальной характеристики накопления пористости в процессе ползучести [14].

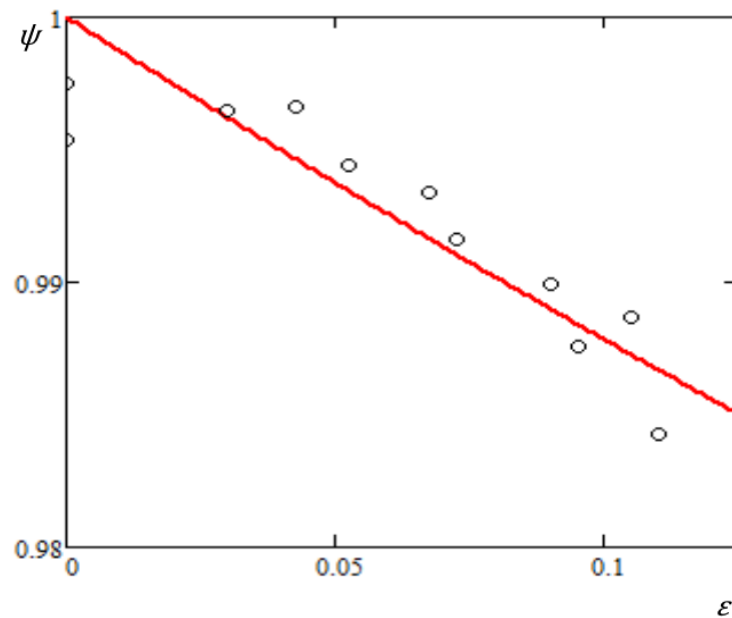


Рис.5. Теоретические (сплошная линия) и экспериментальные кривые изменения плотности для чистой меди при ползучести при 500°C [9].

$$A = 3 \cdot 10^{-9} [MPa]^{-2}, B = 7 \cdot 10^{-12} [MPa]^{-4}, \sigma_0 = 100 MPa, n = 2, m = 4, \\ \beta = 1.$$

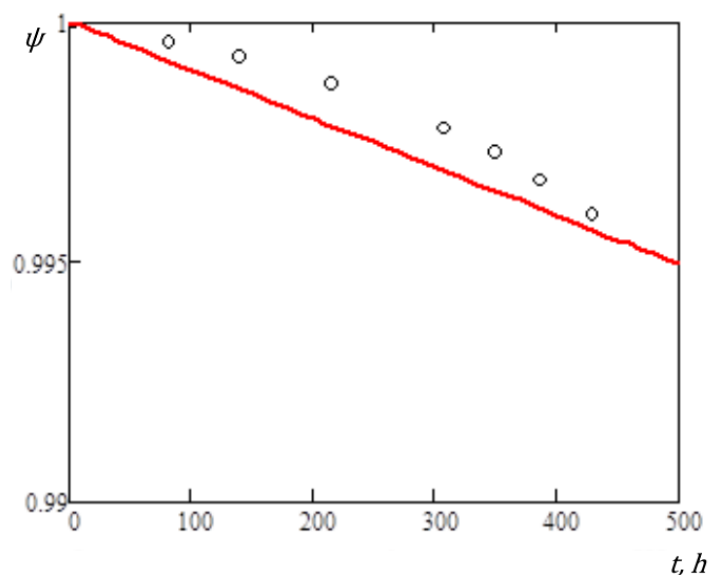


Рис. 6 Теоретические (сплошная линия) и экспериментальные кривые изменения плотности для сплава Ni-0.1 at.-%Pd при испытаниях на ползучесть при 137.9 МПа при 1300<sup>0</sup>C [13].  $A = 10^{-9} [MPa]^{-2}$ ,  $\sigma_0 = 100 MPa, n = 2$ .

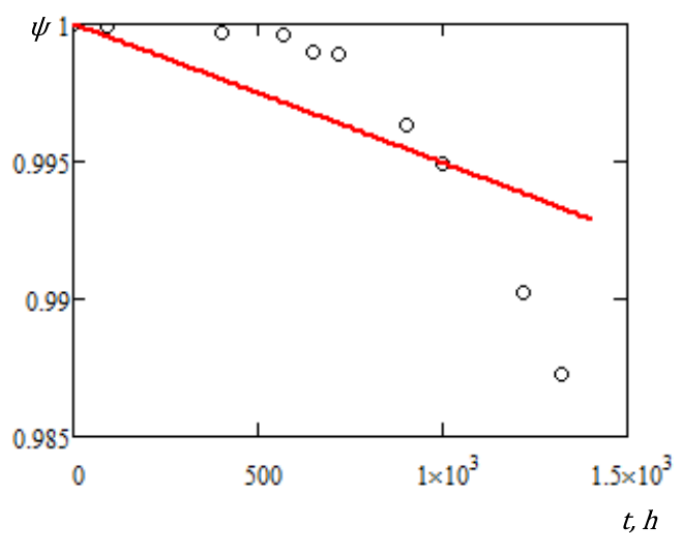


Рис.7 Теоретические (сплошная линия) и экспериментальные кривые изменения плотности для сплава Magnox AL80 при испытаниях на ползучесть при 15.86 МПа при 400<sup>0</sup>C [13].  $A = 5 \cdot 10^{-10} [MPa]^{-2}$ ,  $\sigma_0 = 100 MPa, n = 2$ .

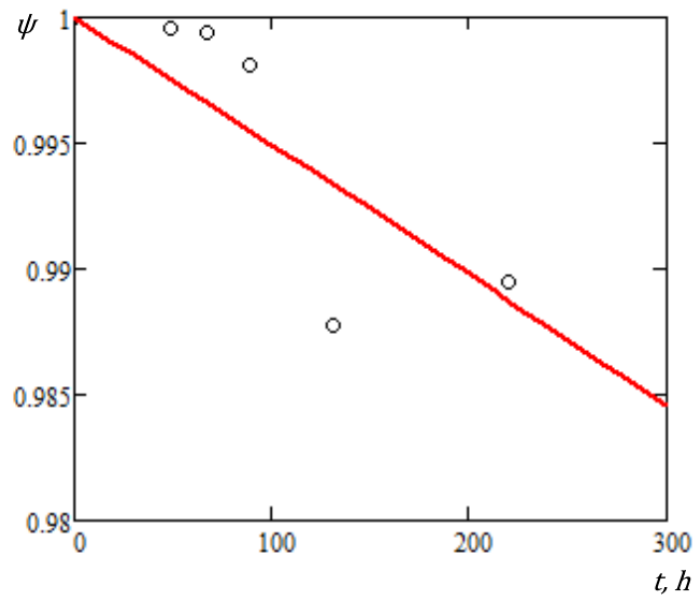


Рис.8 Теоретические (сплошная линия) и экспериментальные кривые изменения плотности для алюминия при 250°C и напряжении 19.31 МПа [17].

$$A = 5 \cdot 10^{-9} [MPa]^{-2}, \sigma_0 = 100 MPa, n = 2.$$

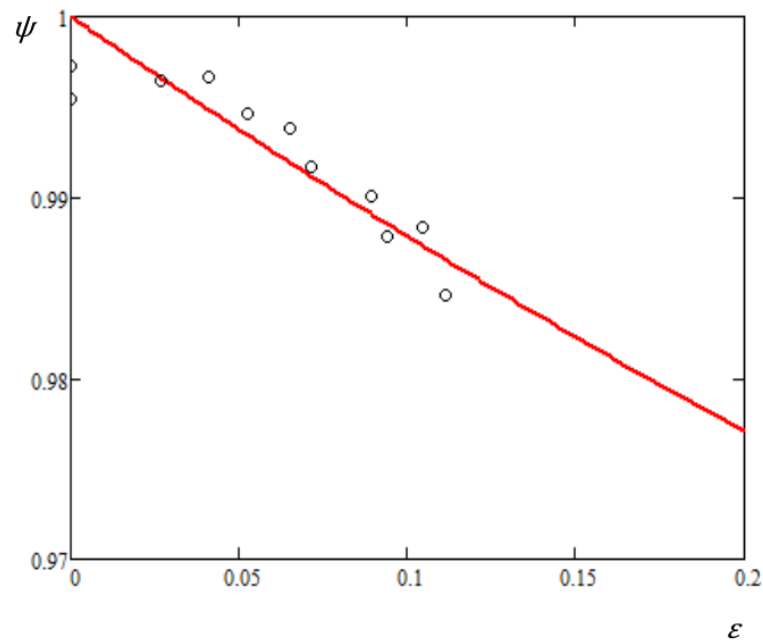


Рис.9 Теоретические (сплошная линия) и экспериментальные кривые изменения плотности для меди при 250°C и напряжении 72,6 МПа [11].  $A = 9 \cdot 10^{-9} [MPa]^{-2}, B = 7 \cdot 10^{-12} [MPa]^{-4}, \sigma_0 = 100 MPa, n = 2, m = 4, \beta = 1.$

## 2.4. Теоретические кривые ползучести и критерий длительной прочности.

Принимая условие разрушения  $t = t_f, \psi = 0$ , из (8) получаем критерий длительной прочности:

$$t_f^b = \frac{1}{(\alpha - n + 1) A \sigma_0^n}. \quad (20)$$

При  $\alpha = 2n$  критерий (20) совпадает с критерием Качанова-Работнова. На рис.10 в двойных логарифмических координатах приведены кривые длительной прочности в соответствии с формулой (20) для различных значений коэффициентов ( $\alpha = 6$  – кривая 1,  $\alpha = 4$  – кривая 2 и  $\alpha = 2$  – кривая 3). В расчетах использовались следующие значения коэффициентов:  $A = 1 \cdot 10^{-9} [MPa]^{-2}, n = 2$ .

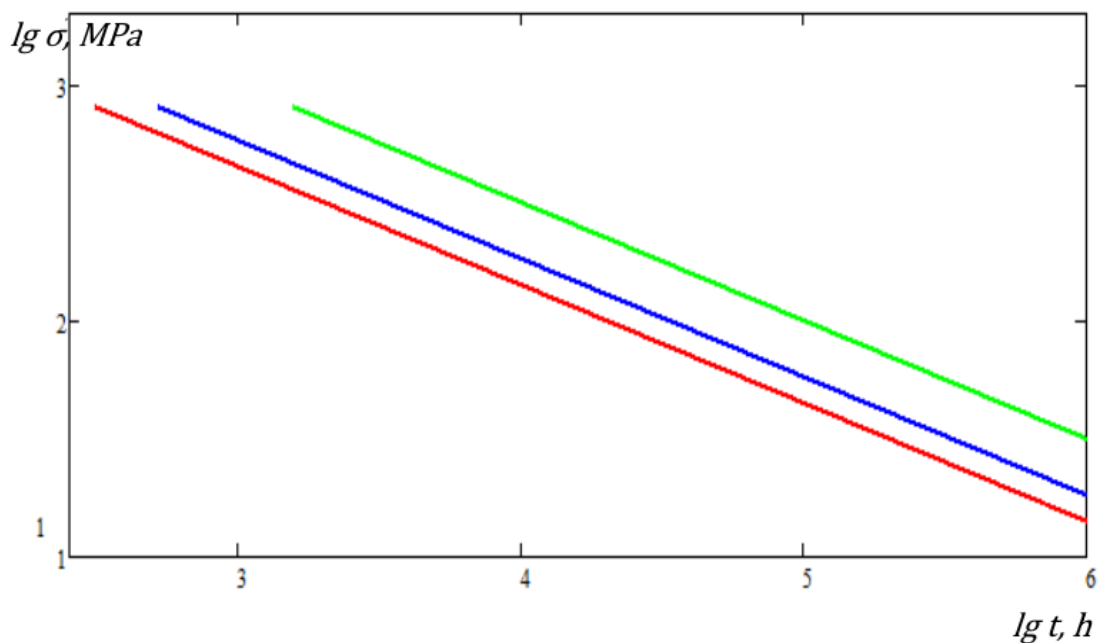


Рис.10 Кривые длительной прочности согласно критерию (20):  $\alpha = 6$  – кривая 1,  $\alpha = 4$  – кривая 2 и  $\alpha = 2$  – кривая 3.

На рис. 11 приведены теоретические кривые деформации ползучести в соответствии с соотношением (15) при различных значениях коэффициента  $\alpha$ :  $\alpha = 6$  – кривая 1,  $\alpha = 4$  – кривая 2 и  $\alpha = 2$  – кривая 3.

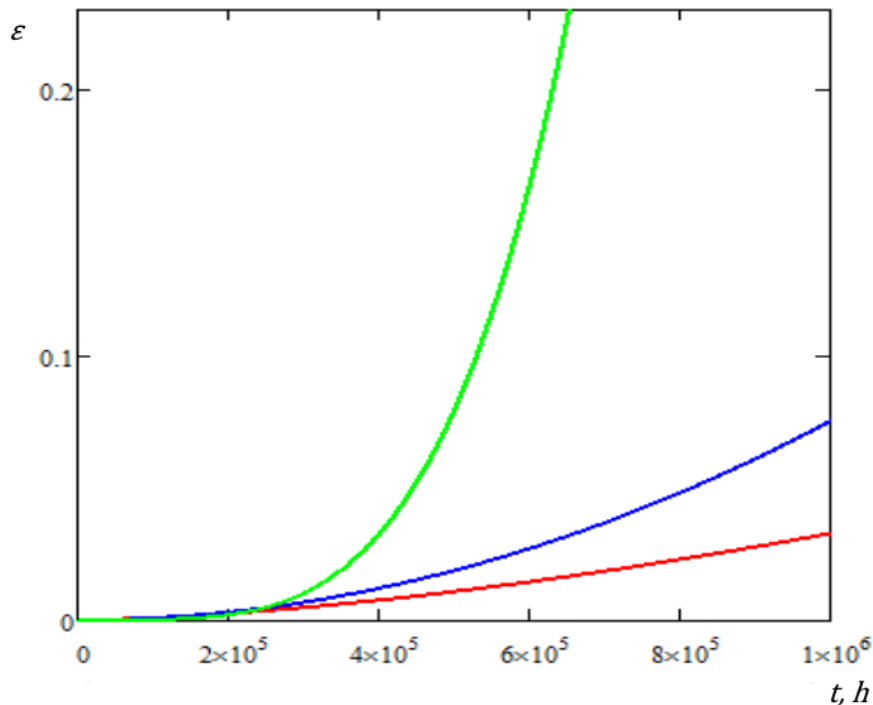


Рис.11 Теоретические кривые деформации ползучести в соответствии с соотношением (15) при различных значениях коэффициента  $\alpha$ :  $\alpha = 6$  – кривая 1,  $\alpha = 4$  – кривая 2 и  $\alpha = 2$  – кривая 3.

Как видно из рис. 11, система уравнений (12)-(13) может описать третий участок кривых ползучести, который определяется процессами накопления повреждений. В расчетах использовались следующие значения коэффициентов:

$$A = 1 \cdot 10^{-12} [MPa]^{-2}, B = 5 \cdot 10^{-17} [MPa]^{-4}, \sigma_0 = 100 MPa, n = 2, m = 4, \beta = 1.$$

## **Заключение**

Выполнен обзор имеющихся в мировой научной литературе экспериментальных и теоретических результатов по ползучести и длительной прочности металлических материалов.

Сформулированы приближенные уравнения (случай чисто хрупкого разрушения) для параметра поврежденности и деформации ползучести. Получены приближенные решения и построены соответствующие теоретические кривые.

Для параметра поврежденности в зависимости от деформации ползучести получено точное решение и построены теоретические кривые.

Построены кривые изменения деформации в случае приближенных решений.

Сформулированы критерии длительной прочности, описывающие участок хрупкого разрушения.

Показано, что критерий Качанова-Работнова является частным случаем полученного критерия.

## Литература

1. Качанов Л.М. О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. ОТН. 1958. № 8. С. 26-31.
2. Работнов Ю.Н. О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР. 1959. С. 5-7.
3. Работнов Ю.Н. О разрушении вследствие ползучести // ПМТФ. 1963. № 2. С. 113-123.
4. Новожилов В.В. О пластическом разрыхлении // Прикладная математика и механика. 1965. № 4. С. 681-689.
5. Арутюнян Р.А. Проблема деформационного старения и длительного разрушения в механике материалов. СПб.: Изд-во СПбГУ. 2004. 252с.
6. Арутюнян Р.А. Высокотемпературное охрупчивание и длительная прочность металлических материалов // Механика твердого тела. 2015. № 2. С. 96-104.
7. Arutyunyan R.A. High-temperature embrittlement and long-term strength of metallic materials // Mechanics of solids. 2015. Volume 50. Issue 2. P. 191-197.
8. Ratcliffe R.T., Greenwood G.W. Mechanism of cavitation in magnesium during creep // Phil. Mag. 1965. vol. 12. P. 59-69.
9. Boethner R.C, Robertson W.D. A study of the growth of voids in copper during the creep process by measurement of the accompanying change in density // Trans. of the Metallurg. Society of AIME. 1961. vol. 221. № 3. P. 613-622.
10. Beghi C., Geel C., Piatti G. Density measurements after tensile and creep tests on pure and slightly oxidised aluminium // J. Mat. Sci. 1970. vol. 5. № 4. P. 331-334.
11. Bratke L. Macroscopic measurements of creep damage in metals // Scand. J. Metal. 1978. vol. 7. № 5. P. 199-203.

12. Woodford D.A. Density changes during creep in nickel // Metal science journal. 1969. vol. 3. № 11. P. 234-240.
13. Bowring P., Davies P.W., Wilshire B. The strain-dependence of density changes during creep // Metal science journal. 1968. vol. 2. № 9. P. 168-171.
14. Куманин В.И., Ковалева Л.А., Алексеева С.В. Долговечность металла в условиях ползучести. М.: Металлургия, 1988. 223с.
15. Haward R.N. The extension and rupture of cellulose acetate and celluloid // Trans. Farad. Soc. 1942. v. 38. P. 394-400.
16. Бокшицкий М.Н. Длительная прочность полимеров. М.: Химия. 1978. 310с.
17. Hanson D., Wheeler M.A. The deformation of metals under prolonged loading. Part 1. – The flow and fracture of aluminium // J. Inst. Metals Proc. 45. 1931. P.229-245.
18. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций: М.: Наука. 1966. 752с.
19. Арутюнян Р.А. Проблема охрупчивания в механике материалов. // Вестник Санкт-Петербургского университета. 2009. сер. 1. № 1. С. 54-57.